Matrizes

O que são Matrizes

- Organização de Dados por linhas e Colunas
  - Exemplo
    - Relatório de gastos
    - Planilhas (Excel)
    - Tabela de Futebol

1	São Paulo		28	13	9	1	3	28	13	15	72
2	Corinthians		28	13	8	4	1	25	8	17	72
3	Santos		28	13	8	4	1	30	14	16	72
4	Palmeiras		28	13	8	4	1	17	5	12	72
5	Ponte Preta		25	13	7	4	2	17	10	7	64
6	Mirassol		23	13	7	2	4	19	17	2	59
7	Paulista		21	13	6	3	4	17	13	4	54
8	Oeste		20	13	6	2	5	13	8	5	51
9	Americana		16	13	5	1	7	15	14	1	41
10	Bragantino		16	13	4	4	5	16	18	-2	41
11	São Caetano	↑ 2	16	13	4	4	5	11	16	-5	41
12	Mogi Mirim	↓ -1	15	13	4	3	6	14	17	-3	38
13	Portuguesa	↓ -1	15	13	4	3	6	15	19	-4	38
14	Linense	↑ 5	12	13	3	3	7	15	23	-8	31
14	São Bernardo		12	13	3	3	7	15	23	-8	31
16	Ituano	↓ -1	12	13	3	3	7	13	22	-9	31
17	Botafogo-SP	↓ -1	11	13	2	5	6	14	21	-7	28
18	Noroeste	↓ -1	10	13	1	7	5	15	23	-8	26
19	Santo André	↓ -1	10	13	1	7	5	9	20	-11	26
20	Grêmio Prudente		9	13	2	3	8	14	28	-14	23

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 3 \\ 8 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & 1 \\ 7 & 4 & 2 \\ 7 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Matrizes

- Formada de elementos a_{ij}
  - i = linha do número na tabela
  - j = coluna do número da tabela

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{ij} & a_{ij} \\ a_{ij} & a_{ij} \end{bmatrix}$$

- Conjunto de elementos: A_{ij}
  - i = número de linha na tabela
  - j = número de coluna da tabela

USANDE DE EXEMPLO = achar a_{23} e determinar A_{ij}

$$A_{36} = \left.\underbrace{\begin{pmatrix} 9 & 1 & 3 \\ 8 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & 1 \\ 7 & 4 & 2 \\ 7 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}}_{3}\right\} 6$$

Matrizes Identidade

- Matrizes “pré-definidas”
  - Matriz Zero
    - TODOS os elementos a_{ij} da Matriz são iguais a 0
  - Matriz Identidade (I)
    - Matriz que todos são zero exceto quando i=j, $a_{ij} = 1$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Igualdade entre Matrizes

- Uma matriz é igual a outra quando os elementos a_{ij} de uma corresponde com os elementos a_{ij} da outra

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 8 & 7 & 9 \\ 21 & 40 & 0 \end{bmatrix}$$

$$=$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 8 & 7 & 9 \\ 21 & 40 & 0 \end{bmatrix}$$

Adição de Matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} 3 & 13 & 0 \\ 8 & 9 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2+3 & 3+13 & 1+0 \\ 2+8 & 4+9 & 4+2 \\ 1+1 & 5+4 & 7+2 \end{bmatrix}$$

Multiplicação de Matrizes

- Multiplicação de uma matriz por um escalar (número)

$$2.A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix} = 2.A = \begin{bmatrix} 2.2 & 3.2 & 1.2 \\ 2.2 & 4.2 & 4.2 \\ 1.2 & 5.2 & 7.2 \end{bmatrix}$$

Multiplicação de Matrizes

$$B_{1x\boxed{3}} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_{\boxed{3}x2} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$b.a_{11}$ = (2.6)+(3.4)+(3.1) = 12+12+3 = 27

$b.a_{12}$ = (2.3)+(2.3)+(1.1) = 6 +6 + 1 = 13

$$B.A = \begin{bmatrix} 27 & 13 \end{bmatrix}$$

Matriz Transposta

- Uma matriz transposta é resultado da transformação de uma matriz (A_{nm}) para uma matriz (A_{mn}), sem alterar os valores correspondentes

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad A^t = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Matriz inversa

- A matriz quadrada que, multiplicada por sua matriz “original”, é capaz de gerar uma matriz identidade

$$A = \begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} \qquad A^{-1} = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -7 & 11 \end{vmatrix}$$

$$A.A^{-1} = I = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$