

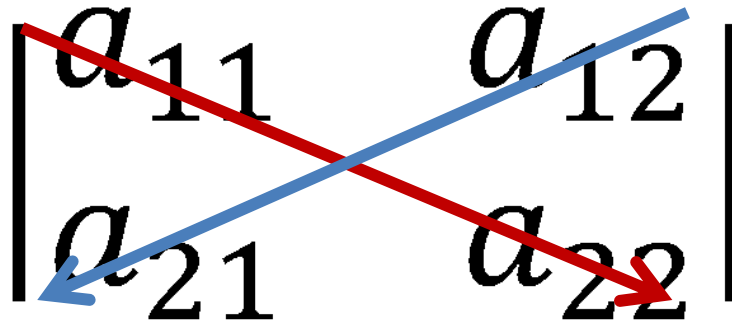
Determinantes

Determinantes

- Definição: Número relacionado com uma matriz quadrada
- Representação
 - $\det A = |A|$ onde $A = [a_{ij}]_n$

Calculo de Determinantes

- Primeira Ordem (1x1)
 - Se $A = [5]$, $\det A = 5$
 - Se $A = [-2]$, $\det A = -2$
- Segunda Ordem (2x2)

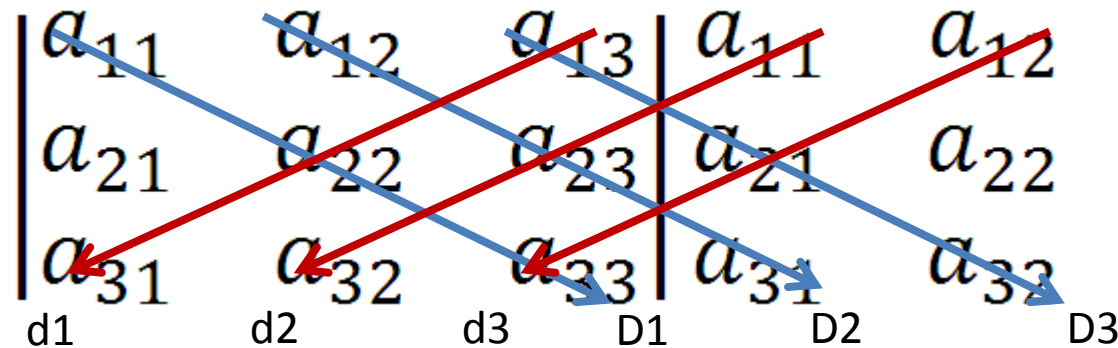


A diagram of a 2x2 matrix $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$. A red arrow points from a_{11} to a_{22} , and a blue arrow points from a_{12} to a_{21} . The arrows cross in the center of the matrix, illustrating the subtraction of the product of the anti-diagonal from the product of the main diagonal.

– $\det A = a_{11} \times a_{22} - a_{12} \times a_{21}$

Calculo de determinantes

- Terceira Ordem (3x3)



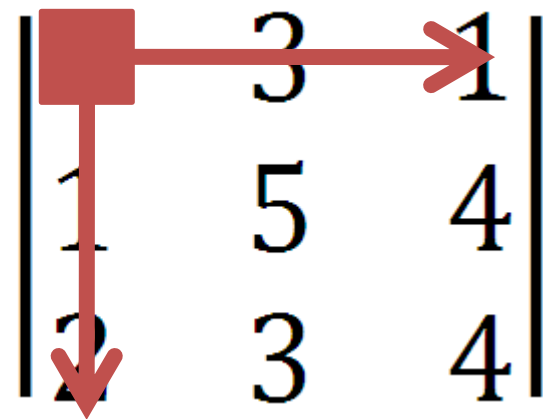
- $D1 = a_{11} \times a_{22} \times a_{33}$
- $\det A = (D1 + D2 + D3) - (d1 + d2 + d3)$

Propriedade de Determinantes

- $\det A = \det A^t$
- $\det I = 1$
- Se B é a matriz obtida de A quando uma FILA de A é multiplicada por uma constante, então $\det B = k \cdot \det A$
- $\det (A \times B) = \det A \times \det B$

Matriz Complementar

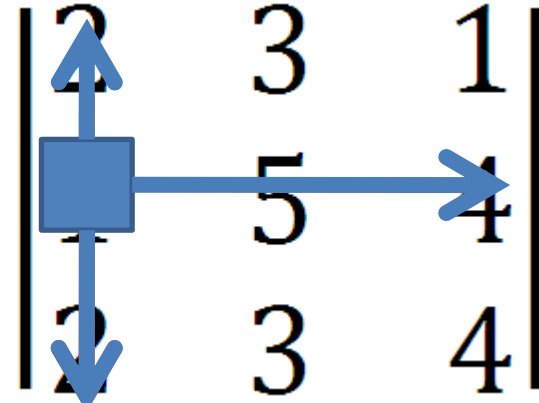
- Matriz obtida removendo a linha e a coluna de um elemento escolhido

$$A = \begin{vmatrix} \blacksquare & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$


$$A_{a11} = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Matriz Complementar

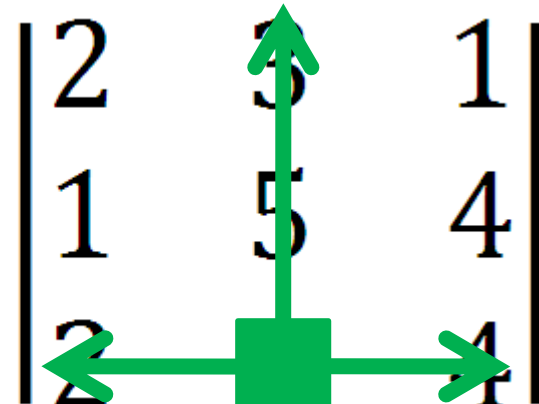
- Matriz obtida removendo a linha e a coluna de um elemento escolhido

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$
A blue square highlights the element 4 in the second row, first column of matrix A. A vertical double-headed arrow is on the first column, and a horizontal double-headed arrow is on the second row, indicating the removal of these elements to form the complementary matrix.

$$A_{a21} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Matriz Complementar

- Matriz obtida removendo a linha e a coluna de um elemento escolhido

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$


$$A_{a32} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

Cofator

- $A_{ij} = (-1)^{(i+j)} \cdot \det D_{ij}$
 - A_{ij} = Cofator do elemento a_{ij}
 - D_{ij} = matriz complementar do elemento a_{ij}
- Usando exemplo anterior

- $A_{11} = (-1)^{(1+1)} \cdot \det D_{11}$
- $A_{11} = \det D_{11}$
- $A_{11} = 8$

$$A_{a11} = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

- $A_{32} = (-1)^{(3+2)} \cdot \det D_{32}$
- $A_{32} = (-1) \cdot \det D_{32}$
- $A_{32} = -6$

$$A_{a32} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

Teorema de Laplace

- Utilizado para matrizes de ordem 2 ou mais.
- Determinante é igual a soma dos produtos dos elementos de uma fileira pelos respectivos cofatores
- $\text{Det } A = a_{11} \times A_{11} + a_{12} \times A_{12} + a_{13} \times A_{13}$

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Teorema de Jacobi

- Determinante não se altera se somar uma fileira noutra fileira (det = 3)
- L1-L3
- C2+2C1

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Teorema de Jacobi

- Det L1-L3 = 3

$$A_{L1-L3} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

- Det C2+2C1 = 3

$$A_{C2+2C1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$