Determinantes

Determinantes

- Definição: Número relacionado com uma matriz quadrada
- Representação
  - det A = |A| onde A = $[aij]_n$

Calculo de Determinantes

- Primeira Ordem (1x1)
  - Se A =[5], det A = 5
  - Se A = [-2], det A = -2
- Segunda Ordem (2x2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

  - det A = $a_{11}xa_{22}-a_{12}xa_{21}$

Calculo de determinantes

- Terceira Ordem (3x3)

$$\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}$$

d1 d2 d3 D1 D2 D3

- D1= a11xa22xa33
- det A= (D1+D2+D3) – (d1+d2+d3)

Propriedade de Determinantes

- det A = det A^t
- det I = 1
- Se B é a matriz obtida de A quando uma FILA de A é multiplicada por uma constante, entao det B = k . det A
- det (AxB) = det A x det B

Matriz Complementar

- Matriz obtida removendo a linha e a coluna de um elemento escolhido

$$A = \begin{vmatrix} & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_{a11} = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Matriz Complementar

- Matriz obtida removendo a linha e a coluna de um elemento escolhido

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \qquad A_{a21} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Matriz Complementar

- Matriz obtida removendo a linha e a coluna de um elemento escolhido

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_{a32} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

Cofator

- A_{ij}=(-1)$^{(i+j)}$.det D_{ij}
  - A_{ij} = Cofator do elemento a_{ij}
  - D_{ij} = matriz complementar do elemento a_{ij}
- Usando exemplo anterior

- A_{11}=(-1)$^{(1+1)}$.det D_{11}
- A_{11}=det D_{11}
- A_{11}= 8

$$A_{a11} = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

- A_{32}=(-1)$^{(3+2)}$.det D_{32}
- A_{32}=(-1).det D_{32}
- A_{32}= - 6

$$A_{a32} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

Teorema de Laplace

- Utilizado para matrizes de ordem 2 ou mais.
- Determinante é igual a soma dos produtos dos elementos de uma fileira pelos respectivos cofatores
- Det A = a_{11}x A_{11} + a_{12}xA_{12} +a_{13}xA_{13}

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Teorema de Jacobi

- Determinante não se altera se somar uma fileira noutra fileira (det = 3)
- L1-L3
- C2+2C1

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Teorema de Jacobi

- Det L1-L3 = 3

$$A_{L1-L3} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

- Det C2+2C1 = 3

$$A_{C2+2C1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$